augusti 2006

Institutionen för matematik
Staffan Lundberg

FINPLANERING, FÖRBEREDANDE KURS I MATEMATIK

Till Dig som undervisar på proppen.

Inledning: Efter genomförd enkät med fjolårets ettor, kommer vi att genomföra en del metodiska förändringar under proppkursen. För Dig som propplärare innebär det att Du förväntas vara mer aktiv under de 13 pass som proppkursen omfattar. Du förväntas bl.a. ha genomgångar i viss omfattning. Denna "lathund" skall tjäna som en vägledning. Sedan skall Du självfallet färga passen med Din personlighet och Dina färdigheter. I varje proppklass skall det råda en öppen och positiv miljö, där

- inga frågor är "dumma",
- varje student skall känna sig sedd och respekterad,
- studenterna skall få en god introduktion i ett högskolemässigt arbetssätt.

Omfattning: Kursen omfattar i huvudsak kapitlen 1-6.4.

Pass	**Avsnitt i DKNN**
1-3	1.2-1.8
4-5	2.1-2.2, 2.4-2.9
6-7	3.1-3.4
8-10	4.1-4.8, 4.11
11-12	5.1-5.4
13	6.1-6.4

Institutionen för matematik
Luleå tekniska universitet
POSTADRESS 97187 Luleå
BESÖKSADRESS Universitetsområdet, Porsön, Luleå
TELEFON 0920 49 10 00 TELEFAX 0920 49 10 73
INTERNET www.ltu.se

Pass 1-3 (avsn. 1.2-1.8).

Introduktion: Presentera Dig för klassen. Kolla att alla har var sitt ex av proppboken. Uppmana de som saknar att snarast köpa sig ett. Kostnaden motsvarar ungefär en CD …
Dela ut grovplanen.

Berätta lite om kursens struktur, Propptest 1 respektive Propptest 2 och arbetsformerna under proppen. Se nedanstående stolpar.

Bonuspoäng: Betona att beroende på resultatet vid det andra testtillfället kan man få tillgodoräkna sig 1 bonuspoäng vid höstterminens första tentamen i matematik.

Om arbetsformer under proppen:
Studenterna räknar i sin egen takt. Uppmuntra samarbetet med kurskamrater. Detta arbetssätt kommer att följa stud. under deras tid vid LTU. Att hjälpa varann till framgång är en viktig princip.
Var tydlig här! Betona att aktiviteterna i klassrummet betygsätts ej. Man examineras endast vid tentamenstillfället. Alla frågor är välkomna och studenternas matematiska dialog med kompisar eller med lärare skall uppmuntras!

Säg att vid varje pass kommer Du att gå igenom viktiga delar ur boken samt demonstrera några typexempel på tavlan.

Diagn. prov efter varje kapitel: När stud. gått igenom ett kapitel görs ett diagnostiskt prov på kapitlet. Stud. och lämnar lösningar till Dig. Beroende på resultatet på diagnosen, kanske Du pekar på detaljer, värda att repetera.

Så över till det första kapitlet i boken.

Av enkätsvaren att döma, är det många som önskar mer kunskaper i bl.a. numeriska och algebraiska beräkningar. Därför anslår vi tre pass till detta kapitel.

Under de tre första passen skall Du gå igenom följande (fördela efter eget omdöme):

1. Räkneregler sid 9.

Demonstration på tavlan

Typexempel

$$4a-2b-((3a-c)-(2a-3c))=\ldots$$

$$(x+1)(x^2-x-1)=\ldots$$

2. Bråkräkning

Addition/subtraktion: Minsta gemensam nämnare (MGN). Kanske Du nämner ngt om primtal…

Demonstration på tavlan

Typexempel

$$\frac{11}{70}+\frac{9}{56}=$$

Viktigt att demonstrera tekniken med MGN. Visa hur Du kommer till resultatet att MGN=280

OBS! Peka på att bråkdivision är en form av multiplikation. Detta brukar vålla problem…

Demonstration på tavlan

Typexempel

Vilket tal är störst, $\frac{3}{4}$ eller $\frac{12}{17}$?

Demonstrera hur kvoten mellan två bråk beräknas.

$$\frac{3/4}{12/17} = \ldots > 1$$

Anm. Det finns en alternativ lösningsmetod…

3. Distributiva lagar, konjugat- och kvadreringsregler.

Viktiga saker. Att behärska utbrytning, faktorisering, parentesmultiplikation tillhör ”basics” för blivande ingenjörer….

Demonstration på tavlan

Typexempel(Distr lag)

Förenkla så långt som möjligt

$$x(x+2)-(x+1)(x+3)$$

Observera minustecknet…

Typexempel

Utveckla

$$(3x+1)(3x-1)$$
$$(5-x)^2$$
$$(2a+3b)^2$$

Typexempel

Faktorisera så långt som möjligt

$18x - 2x^3$

Din uppgift är att uppöva studenternas ”blick för problemet”. Med mycken övning lär man sig att upptäcka mönster…

4. Kvadratrötter.

Viktig definition, sid 21.

Demonstration på tavlan

Typexempel

Tillämpning av konjugatregeln
Förenkla (nämnaren skall inte innehålla rotuttryck)

$$\frac{1}{\sqrt{5}+2} =$$

5. Ekvationslösning.

Viktiga typexempel, sid. 22. Dessa måste noggrant gås igenom.

”Om en produkt är noll, är endera faktorn noll”

De flesta stud. dividerar utan vidare. Utbrytning tycks inte existera i många studenters sinnevärld. Jätteviktigt att Du visar på konsekvenserna av ett reflexmässigt dividerande.

Demonstration på tavlan

Typexempel

Lös ekvationerna

$(3x-1)(4x+7)=0$
$2(x+3)^2=5(x+3)$

6. Kvadratkomplettering.

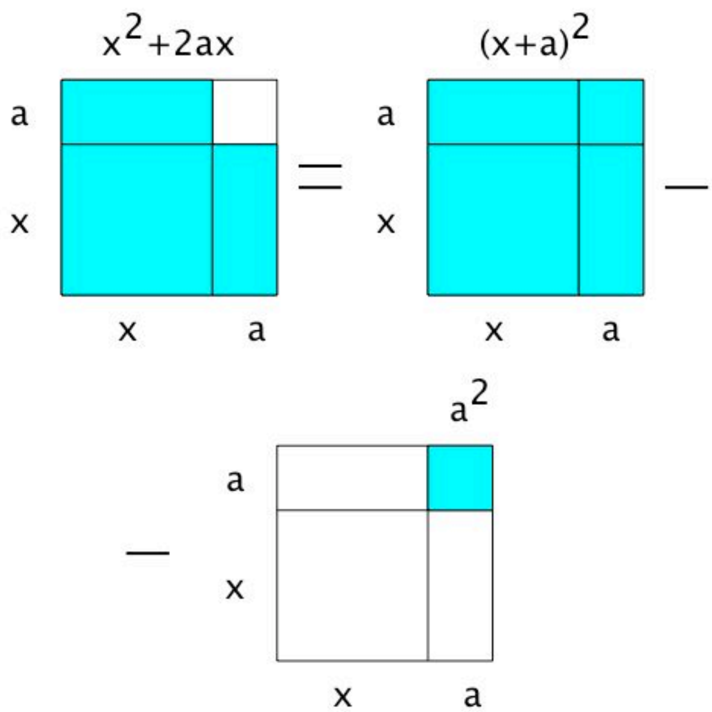
Återigen en tillämpning på kvadreringsreglerna.

Denna teknik blir deras trogna följeslagare åtminstone under MAM221-224.

Försök att vid genomgången betona:

Omskrivning av uttryck av typ x^2+2ax som en *differens mellan två kvadrater*.
Det gäller att uppöva "blicken för problemet" så att man snabbt kan ställa upp den önskade differensen.

Använd gärna denna figur för att förklara metodiken:



Demonstration på tavlan

Typexempel

Kvadratkomplettera

$x^2 - 6x + 18$

Pass 4-5 (avsn 2.1-2.2, 2.4-2.9).

1. Polynom och rationella funktioner.

I detta kapitel repeterar Du begreppet polynom, och rationella uttryck, dvs. en kvot mellan två polynom.

Visa på definitionen sid. 31. Beskriv innebörden av ordet gradtal. Visa enkla exempel på detta, exempelvis första- andra och tredjegradspolynom.

Rationella funktioner: Def. Sid. 32.

Demonstration på tavlan

Skriv som en kvot av två polynom

$$\frac{2x-1}{x+3} - \frac{4-x}{x-2}$$

Om Du har tid: Demonstrera gärna denna:

Skriv som en kvot av två polynom

$$\frac{x + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{1+x^2}} - \frac{3-x}{2 + \frac{x-2}{x+1}}$$

2. Polynomdivision (PD).

Denna metodik är kanske ny för studenterna. PD brukar normalt ingå i gymnasiets E-kurs, vilken många inte har läst (kom ihåg att inträdeskravet fr o m i år är Matte D).

Nollställe
Givet polynomet *p(x)*. De *x* för vilka *p(x)*=0 kallas polynomets nollställen.
Faktorsatsen
Om x_1 är ett nollställe till polynomet *p(x)* så är
$p(x) = q(x) \cdot (x - x_1)$, där *q(x)* är ett polynom.

Den mer generella definitionen står på sid. 35 – där alltså inte divisionen ”går jämnt ut”. Peka på poängen med PD:

- Kvoten *k(x)* är ett **polynom**
- Restpolynomet *r(x)* har **lägre grad** än nämnarpolynomet *q(x)*

Studenterna kanske inte fullt ut inser vilket förnämligt verktyg PD är. Det kommer ju att framgå under MAM221, vid asymptotavsnittet. Nämn gärna detta, och kanske andra kommande tillämpningar, där PD ingår.

Demonstration på tavlan

Utför divisionen

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 10x - 24}{x - 3}$$

Algoritmer: Liggande stol resp. trappa. Notera var täljar- resp. nämnarpolynomen hamnar!

$$\begin{array}{c|c} \hline x^3+3x^2-10x-24 & x-3 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \cline{2-2} x-3 & x^3+3x^2-10x-24 \\ \hline \end{array}$$

Viktiga hållpunkter under demonstrationen:

- Ordna alltid polynomen i **fallande** gradtalsordning
- Använd den algoritm (ex. trappa/stol) som är bekant från gymn/grundskola.
- Utför följande dialog med studenterna. ”Vi utgår från termen med högst gradtal i täljare och nämnare. Hur många ggr går x i x-tre? Svar: x-två.” ”x-två ggr x minus tre är? Svar: x-tre minus tre x-två ”. ”Vi subtraherar. Vad händer? Svar: Termen med högsta grad försvinner”. ”Bra. Flytta ned termen -10x. Nu har vi andragradspolynomet sex x-två minus tio x. Vi upprepar proceduren. Hur många ggr går x i sex x-två?” osv osv.

Ta sedan Exempel a) sid. 35. Viktigt att visa hur det ser ut när termen som ska elimineras är negativ.

3. Andra- och tredjegradsekvationer.

Du har redan gått igenom ekvationer av typen

$x^2 + 5x = 0$,

där Du med utbytning faktoriserar V. L. Repetera gärna. Tryck återigen på faran med att dividera (t ex med x i ekv. ovan).

Ekvationen $x^2 + px + q = 0$

Här visar Du på en tankegång, som utnyttjar *kvadratkomplettering*.

$$x^2 + px + q = 0$$
$$x^2 + px = -q$$
$$x^2 + 2 \cdot \frac{p}{2} \cdot x = -q$$
$$(x + \frac{p}{2})^2 = (\frac{p}{2})^2 - q$$
$$x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$
$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$

Anm. Viktigt att koefficienten framför andragradstermen är ett.

Demonstration på tavlan

Typexempel

Lös ekvationerna

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$
$$-x(x + 6) = 8$$

Se ovanst. anm.

Om Du hinner: Ta gärna någon andragradare med dubbelrot och (kanske) med icke-reella rötter.

Betr. tredjegradare, hänvisar Du till faktorsatsen, som Du pekat på i samband med PD. Gissning av rötter är den gängse tekniken.

Demonstration på tavlan

Typexempel

Exempel sid. 39.

4. Rotekvationer.

Halvknepigt avsnitt. Försök övertyga studenterna att två tal, vars kvadrater är lika, behöver inte själva vara lika.

Om man kvadrerar ekvationsleden under resans gång, **så måste lösningen prövas genom insättning i den ursprungliga ekvationen**. **GLÖM ALDRIG DETTA!**

Man studerar detta mer detaljerat under MAM221, i samband med begreppen implikation och ekvivalens.

Demonstration på tavlan

Typexempel

Lös ekvationen

$$\sqrt{3 - 2x} = x - 1$$

Här måste en rot förkastas.

5. Olikheter och absolutbelopp.

Betona följande:

- En produkt av två tal kan vara positiv, negativ eller noll.
- Om produkten är noll , är endera talet noll.
- Om produkten är positiv, har bägge talaren **samma tecken**.
- Om produkten är negativ, har talaren **olika tecken**.

Du demonstrerar metoden med teckenschema enl. sid. 43.

Demonstration på tavlan

Typexempel Lös olikheterna $(x+2)(x-4)<0$ $\frac{3x}{x+2} \leq 4$ Gör teckenschema. Visa tydligt. I andra uppgiften: Omskrivning så att H.L. = 0.

Viktig definition av (absolut-)belopp:

Absolutbeloppet av x, $|x|$, definieras:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{om } x \geq 0 \\ -x, & \text{om } x < 0 \end{cases}$$

OBS! $-x$ är positivt om x är negativt. Detta kan vara svårt att smälta.

Tillämpning: Avstånd mellan två punkter på tallinjen.

Avståndet mellan talen a och b på tallinjen är $|b-a|$. Övertyga stud. att man får samma resultat med $|a-b|$.

Demonstration på tavlan

Typexempel Vilka tal uppfyller olikheten $\lvert x-4\rvert < 3$? Gör en geometrisk tolkning.

Om Du hinner:

Typexempel Lös ekvationen $\lvert x-1\rvert + \lvert x+1\rvert = 2$ enl. tankegång på sid. 46-47.

Pass 6-7 (avsn 3.1-3.4).

Avsnittet 3.1 bör inte bereda några större problem. Peka på uttryck med udda rotindex. En del tycker nämligen att $\sqrt[3]{-27}$ skall ha en icke-reell lösning. Fråga dem innan Du tar upp detta!

1. Potenser med rationell exponent.

Generalisering av potenser hed heltal som exponenter.
Viktig definition:

Låt a vara ett positivt tal . För det positiva heltalet n definierar vi

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Visa på potenslagarna sid. 54.

Demonstration på tavlan

Typexempel Förenkla uttrycken $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{4}}$ $(5^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}$ $\dfrac{8^{\frac{4}{5}}}{8^{\frac{7}{10}}}$

2. Logaritmer.

Hör kanske propp-boken borde ha haft ett avsnitt om exponentialfunktioner, eftersom logaritmbegreppet ju är nära förknippat med exp-funkt.

Säg kortfattat något i stil med:

Vad är x om $3^x = 9$? Snabbt inser vi att x=2. Lösningen x=2 kallas **3-logaritmen av 9**. Vi skriver

$\log_3 9 = 2$ eller ${}^3\log 9 = 2$.
(bägge sätten används, vi brukar använda det första).

Lär studenterna denna minnesregel:

a-logaritmen för ett (positivt) tal *y* är den **exponent** *x* vi måste upphöja *a* till, för att potensen a^x skall bli *y*.

Med matematisk formalism:

$$x = \log_a y \Leftrightarrow y = a^x$$

Anm: Talet *a* kallas logaritmens **bas**.

Specialfall:

- *a*=10 (10-logaritmer, skrivsätt lg)
- *a*=*e* (e-logaritmer(naturliga logaritmer), skrivsätt ln)

I MAM221 återkommer logaritmer, i samband med begreppet invers funktion.

Demonstration på tavlan

Typexempel Bestäm $\log_2 8$ $\log_a 1$ $\log_{10} 1000 = \lg 1000$ $\ln e$

3.Logaritmlagar

Peka på def. sid. 58. Lagarna är en konsekvens av räknelagarna för exp.funktioner. Återkommer i MAM221.

Demonstration på tavlan

Typexempel Ex sid. 58 samt Ex. sid. 59. Var noga med att redovisa varje steg i beräkningarna.

Pass 8-10 (avsn 4.1-4.8, 4.11).

Här är återigen ett avsnitt som många efterfrågar. Hela tre pass anslås.

Proppboken börjar (litet oväntat) med funktionsbegreppet. Annars är praxis att man börjar med de rätvinkliga trianglarna. Jag tar det i denna ordning. Du får naturligtvis köra i kronologisk ordning om du vill. Hopp alltså till avsnitt 4.6.

1. Rätvinkliga trianglar.

Du inleder med definitionen sid. 83. Påminn att den största vinkeln står mot den största sidan (gäller generellt, inte bara rätv. triangl.). Orden katet och hypotenusa bör nämnas och utpekas med hjälp av lämplig figur, t.ex. överst på sid. 83.
Anm: Vinkelbenämning. Det finns olika sätt som stud. skall känna till. Fig. sid. 83 igen:

- Vinkeln A står mot sidan a etc.
- Vinkeln v är samma som vinkeln B är samma som vinkeln A**B**C.

2. Sinus, cosinus och tangens för standardvinklar.

Detta är okänt för många. Visa hur man kommer fram till dessa värden, med hjälp av

- ”Halv kvadrat”(likbent), vilken har vinklarna $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$
- ”Halv liksidig”, vilken har vinklarna $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$. Här brukar jag sätta sidlängden på den liksidiga triangeln till 2. Då får jag medurs-minnesregeln ”ett – två – roten ur tre”.

3. Trigonometri på enhetscirkeln.

Åter till avsnitt 4.1. Viktig terminologi:

- Enhetscirkel
- Kvadranter
- Positiv/negativ vridning
- Grader/radianer

Påpeka att om inget annat anges, så räknar vi fortsättningsvis med radianer som vinkelmått. Det har sina fördelar med reella tal som vinkelmått (t ex deriv/integr av trig funkt).

Med triangelavsnittet 4.5. är det lätt att definiera cos, sin och tan i enhetscirkeln. Peka snabbt på det. En sak som Du bör nämna: De trig. funktionerna är **periodiska**:

- cos och sin med period 2π
- tan med period π

4. Samband.

I MAM221 får stud. gnugga samband enl. sid. 72-75 samt sid. 84-85. Det skadar inte att de redan under proppen blir bekanta med dem. Här får Du en del tips att grunna vidare på, inför Din genomgång av formlerna.

Du kan utifrån

- Trigonometriska ettan: $\cos^2 v + \sin^2 v = 1$ (1)
- Cosinus för dubbla vinkeln: $\cos^2 v - \sin^2 v = \cos 2v$ (2)

bestämma en hel del. Se här!

(1)+(2) resp. (1)-(2) ger $\sin^2 v$ och $\cos^2 v$ uttryckta i $\cos 2v$. Se sid. 85.

”Överkurs”: Derivera (2) implicit m.a.p. v. Efter ledvis dividering med -2 får man sinus för dubbla vinkeln. Se sid 84. Med hjälp av detta, tillsammans med (2), kan man utveckla $\tan 2v = \dfrac{\sin 2v}{\cos 2v}$.

Om (1) divideras ledvis med $\cos^2 v$ får man en viktig omskrivning, som stud. möter i MAM221.

Cosinus är en jämn funkt., sinus & tangens är udda:

- $\cos(-v) = \cos v$ (3)
- $\sin(-v) = -\sin v$ (4)
- $\tan(-v) = -\tan v$ (5)

Additions- och subtraktionsformler, sid. 84.
Omskrivning i (2):

$$\cos v \cdot \cos v - \sin v \cdot \sin v = \cos(v + v) \qquad (6)$$

Ersätt v med u i (6):

$$\cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v = \cos(u + v) \qquad (7)$$

Om v ersätts med $-v$ i (7), får Du, tillsammans med (3) och (4):

$$\cos u \cdot \cos v + \sin u \cdot \sin v = \cos(u - v) \qquad (8)$$

Gör på analogt sätt med formeln för sinus för dubbla vinkeln. Då erhåller Du add-/subtr-formler för sinus.

Ja, det blev en hel del. Försök nu att översätta detta till något begripligt.

Demonstration på tavlan

Typexempel

Bestäm exakt sin v, då $\cos v = \dfrac{4}{5}$ och $0 \le v \le \dfrac{\pi}{2}$.

Bestäm exakt cos v, då $\sin v = \dfrac{5}{7}$ och $\dfrac{\pi}{2} \le v \le \pi$.

För de spetsiga vinklarna u och v gäller

$\sin u = \dfrac{12}{13}$ resp. $\sin v = \dfrac{4}{5}$.

Beräkna exakt sin $2v$, cos $2u$, $\sin(u+v)$ samt $\cos(u+v)$.

5. Ekvationer.

Viktig definition:

Låt *k* vara ett tal, $-1 \le k \le 1$.

- Om $x = v$ är lösning till $\cos x = k$, så kan samtliga lösning skrivas på formen $x = \pm v + n \cdot 2\pi, \quad n \in Z$.
- Om $x = v$ är lösning till $\sin x = k$, så kan samtliga lösning skrivas på formen $x = v + n \cdot 2\pi, \quad x = \pi - v + n \cdot 2\pi, \quad n \in Z$.

Demonstration på tavlan

Typexempel

Lös ekvationerna

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}$$

Anm: Vi sysslar främst med standardvärden. Arcusfunktionerna väntar vi med till MAM221.

Om Du hinner:

Typexempel

Lös ekvationen

$$\cos(2x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

Var försiktig! Perioden ändras under resans gång.

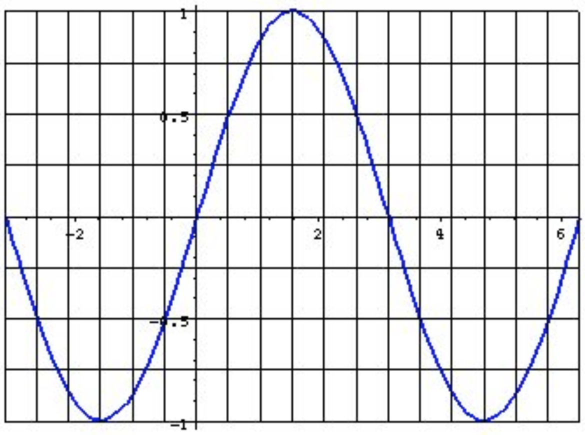
6. Grafer.

Du ska försöka att utifrån grafen till *y*=sin *x* beskriva hur man konstruerar grafen till $y = \sin(kx - b)$.

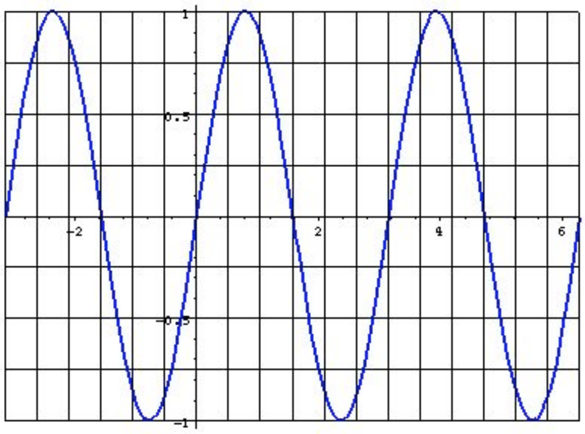
Allmänt gäller: Konstanterna i ekvationen *y*=*f*(*kx*-*b*) påverkar grafen:

- Konstanten *b* påverkar grafens **läge** i **sidled.**
- Konstanten *k* påverkar grafens **utsträckning** i **sidled.**

a. y=sin x



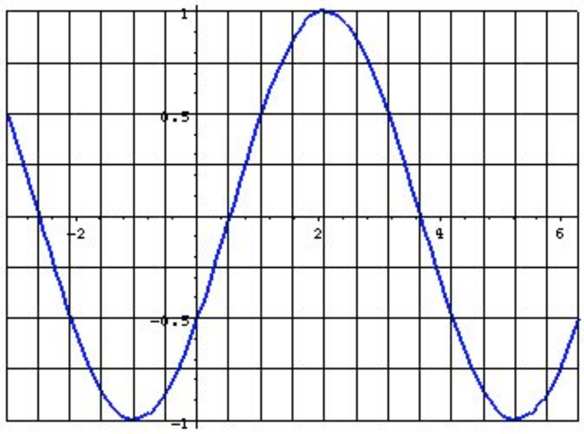
b. y=sin 2x



Peka på vad som händer: Grafen blir hoptryckt. Perioden halveras (det sköter tvåan i sin 2*x* om…) . För den ljudintresserade: Den hoptryckta grafen tolkas akustiskt som en ton med fördubblad frekvens (klingar en oktav högre).

Fråga stud: Vad händer med grafen till $y = \sin\frac{x}{2}$?

c. $y = \sin(x - \frac{\pi}{6})$

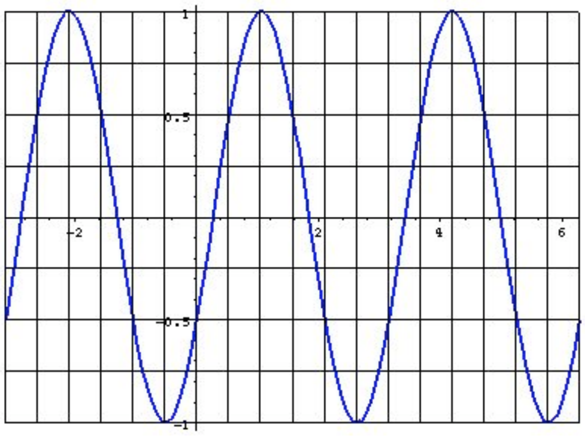


Nu låter Du stud. jämföra denna graf med den vanliga sinus-grafen. Vad händer?

Grafen förskjuts till **höger** med $\frac{\pi}{6}$.

Fråga stud. vad som händer med $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$.

d. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$



Nu till det knepiga: Borde inte grafen förskjutas till höger med $\frac{\pi}{6}$, relativt grafen till y=sin $2x$? Varför blir det inte så? Fråga studenterna. Svar:

$y = 2(x - \frac{\pi}{12})$

Pass 11-12 (avsn 5.1-5.4).

Detta avsnitt kanske inte är proppkursens mest centrala. En del principer har redan berörts i kap. 4. Det återkommer i MAM221.

1. Räta linjen.

Definition:
De talpar (x,y) som satisfierar ekvationen $y=kx+m$ bildar en rät linje.

Konstanten k är linjens riktningskoefficient (lutning)
Den räta linjen skär y-axeln i punkten $(0, m)$.

Du visar på rutan nederst sid. 98 samt figuren överst sid. 99.

Demonstration på tavlan

Typexempel Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna 1. (2,7) och (5,1). 2. (5,7) och (5,1).

2. Andragradskurvor.

Återigen ett moment som de får möta i MAM221.

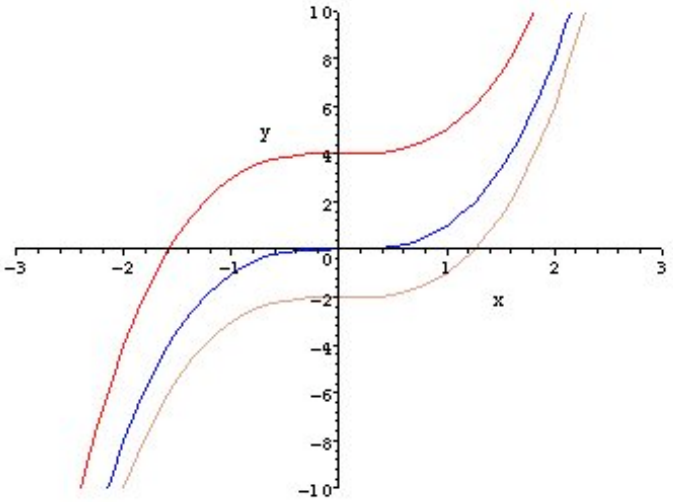
3. Grafer.

Även detta återkommer i MAM221.
Du påminner om följande från kap. 4, lätt expanderat:

Allmänt gäller: Konstanterna i ekvationen $y = a \cdot f(k \cdot x - b) + c$ påverkar grafen:

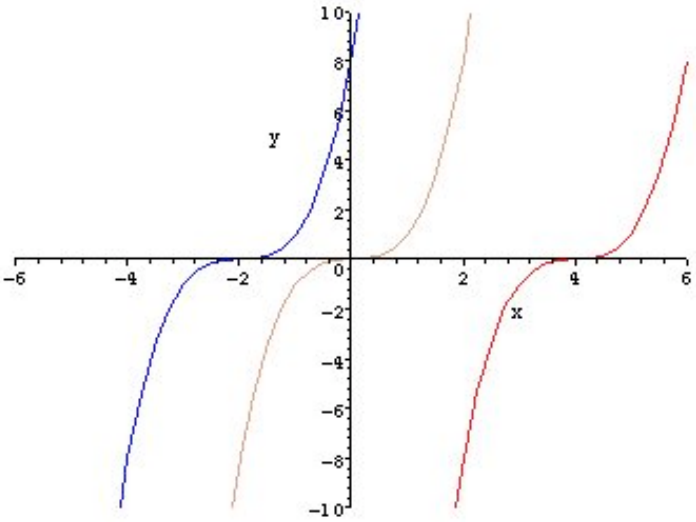
- Konstanten a påverkar grafens **utsträckning** i **höjdled**
- Konstanten b påverkar grafens **läge** i **sidled**
- Konstanten c påverkar grafens **läge** i **höjdled**
- Konstanten k påverkar grafens **utsträckning** i **sidled**

a. $f(x) = x^3$



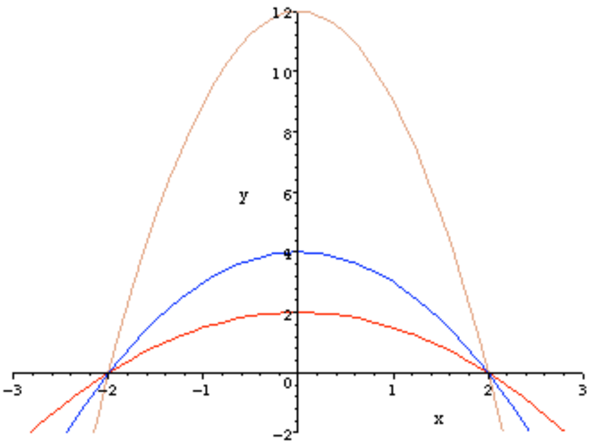
Visa vad som händer med *f*(*x*)+4 resp. *f*(*x*)-2. Inget annat än vertikal förskjutning.

b. $f(x) = x^3$



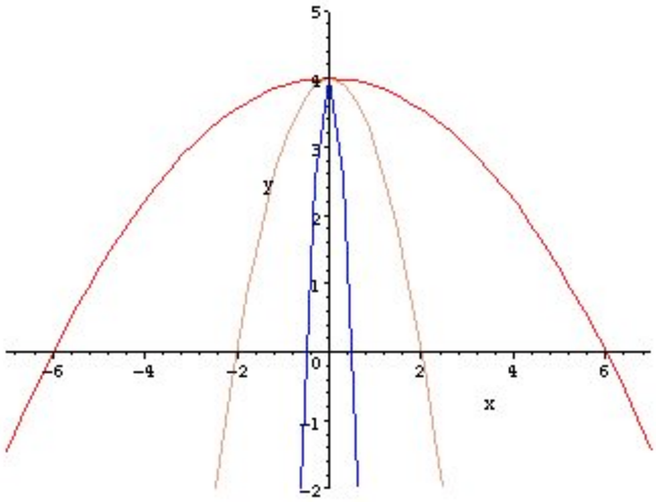
Visa konsekvensen av *f*(*x*+2) resp. *f*(*x*-4). Horisontell förskjutning.

c. $f(x) = -x^2 + 4$



3 *f*(x) resp 0.5 *f*(*x*) innebär en förändring av grafens utsträckning vertikalt.
OBS! Graferna har samma nollställen.

d. $f(x) = -x^2 + 4$



f(4*x*) resp. *f*(1/3 *x*) ger detta resultat – en förändring av grafens utsträckning horisontellt.
OBS! Graferna har samma skärning med y-axeln. Ju mindre skalfaktor, desto vidare graf.

Demonstration på tavlan

Typexempel Övn. 5.23 sid. 109.

Pass 13 (avsn 6.1-6.4).

Då var vi framme vid sista lärarledda passet. Begreppet derivator, ännu ett MAM221-avsnitt, berörs flyktigt under proppkursen. Begreppet gränsvärde nämns i svepande formuleringar. Här gäller att förmedla en intuitiv tolkning av begreppet. Bra figurer på sid. 110-111. Du nämner om differenskvoten eller (ännu hellre) *ändringskvoten*:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

och dess geometriska tolkning i figur nederst sid. 111.

1. Derivatan av en summa.

Rutan överst på sid. 133 skall alla kunna utantill.

Därefter nämner Du regler för derivatan av en summa (utan bevis).

Demonstration på tavlan

Typexempel Bestäm ekvationen för tangenten Och normalen till kurvan $y = x^3 - x + 1$ i den punkt där x=1.

2. Produkt- och kvotreglerna.

Dessa tar Du utan bevis. Speciellt kvotregeln är knepig att komma ihåg. Man brukar ibland visa kvotregeln med hjälp av produktregeln + kedjeregeln.

Demonstration på tavlan

Typexempel Derivera $a)\ \dfrac{\ln x}{x^2}$ $b)\ x^3 \cos x$

3.Kedjeregeln.

Begreppen yttre och inre derivata ska alla känna till.

Demonstration på tavlan

Typexempel Derivera $y = (x^2 + 4)^2$ • med kedjeregeln • utan kedjeregeln

Som Du märker, kommer många moment i proppkursen att detaljstuderas i MAM221. Hoppas att studenterna nu har blivit ordentligt uppvärmda inför Matte 1.

Tack för att just Din undervisning har bidragit till detta!

Staffan Lundberg
projektansvarig