060817

Proppen Test 1

[1] $\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{15}{30} - \frac{3 \cdot 6}{30} + \frac{2 \cdot 10}{30} = \frac{15 - 18 + 20}{30} = \frac{17}{30}$

[illegible]

[2] $\dfrac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(a-b)}{\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)(a+b)} = \dfrac{1 - \frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 1}{1 + \frac{b}{a} - \frac{a}{b} - 1} = \dfrac{-\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)}{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}} = -1$

Svar: B

[3] Samtliga lösningar till ekvationen $\sqrt{x} = 4$ utgörs av

$\sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 4^2 = 16$

Svar: C

[4] $\dfrac{(a^{1/2})^{-1/3} \cdot (a^{1/3})^{1/2} \cdot (1/a)^{2/3}}{(a^{1/4})^2} = \dfrac{a^{-1/6} \cdot a^{1/6} \cdot (1/a^{2/3})}{a^{1/2}} = \dfrac{a^{-2/3}}{a^{1/2}}$

$= \dfrac{1}{a^{1/2} \cdot a^{2/3}} = \dfrac{1}{a^{1/2+2/3}} = \dfrac{1}{a^{7/6}} = a^{-7/6}$

[5] Vilken av följande formler är korrekt?

A $\ln(x+y) \neq \ln x + \ln y$

B $\ln(x-y) \neq \frac{\ln x}{\ln y}$

C $\ln x - \ln y = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$

D $\ln(xy) \neq \ln x \cdot \ln y$

E $\ln x^y \neq (\ln x)^y$

Svar: C

[6] Lös ut τ ur formeln

$$D = 10 \cdot \lg\left(1 + \frac{\alpha}{\tau}\right)$$

$$\frac{D}{10} = \lg\left(1 + \frac{\alpha}{\tau}\right)$$

$$10^{D/10} = 1 + \frac{\alpha}{\tau}$$

$$10^{D/10} - 1 = \frac{\alpha}{\tau}$$

$$\tau = \frac{\alpha}{10^{D/10} - 1} = \alpha\left(10^{D/10} - 1\right)^{-1}$$

[7] Uppskatta värdet av k och värdet av b i denna figur

$y = kx + b$; $x = 0$ och $y = 3{,}6$

$y(0) = k \cdot 0 + b = 3{,}6 \Rightarrow b = 3{,}6$ och då blir

$y = kx + 3{,}6$ Då kan vi utesluta och E.

Eftersom k ska vara positiv så kan vi utesluta B

Kvar har vi A och D

Ur figuren fås att $y = 4$ ger $x = 1$

$4 = k \cdot 1 + 3{,}6 \Rightarrow k = 4 - 3{,}6 = 0{,}4$

Närmast är $k \approx 0{,}3$ dvs

$y = 0{,}3x + 3{,}6$

[8] Olikheten $(x-2)(x+3) > 0$ gäller om och endast om

Produkten av två faktorer är positiv precis då faktorerna har samma tecken, dvs båda är positiva och båda är negativa

För att få en överblick över när detta inträffar gör vi ett s.k teckenschema

$x =$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x-2$:	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$:	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
	$+$	0	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$

Vi ser att olikheten är uppfylld för $x > 2$ eller $x < -3$

Svar: D

060817 Propen Test 1

[9] Skriv olikheten $|x+1| \leq 3$ utan beloppstecken

$|x+1| \leq 3 \implies -3 < x+1 < 3$

$-1-3 < x+1-1 < -1+3$

$-4 < x < 2$

Svar: A

[10] Rötterna till ekvationen $4x^2 - 6x + 1 = 0$

$4x^2 - 6x + 1 = 0$

$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} = 0$

$x_{1,2} = \frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{1}{4}} = \frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9-4}{16}} \quad \frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{1}{4}(3 \pm \sqrt{5})$

Svar: E

[11] Enligt figuren så är amplituden 1. Vi kan förkasta B och D. Funktionen kan anta både negativa och positiva y värden. Då kan vi förkasta E.

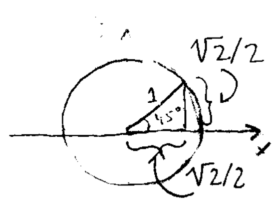
Funktionen är förskjuten $\frac{\pi}{8}$ steg till vänster.

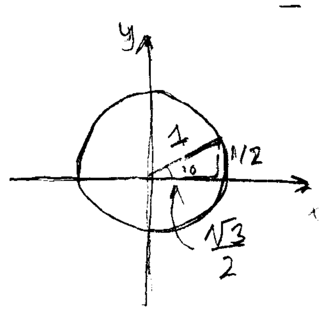
Funktionen är en cosinus funktion Vi kan förkasta C

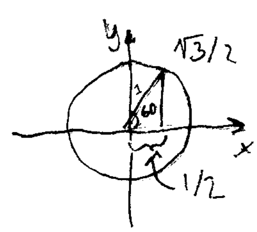
Svar: A

[2] $\dfrac{\tan^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ}{\tan 45^\circ - \sin 30^\circ} = \dfrac{\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60} + \cos^2 30^\circ}{\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} - \sin 30^\circ} = \dfrac{\left(\frac{\sqrt{3}/2}{1/2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} - 1/2}$

$= \dfrac{3 + 3/4}{1 - 1/2} = \dfrac{\frac{12+3}{4}}{\frac{2-1}{2}} = \frac{15}{4} / \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$







$\implies$
$\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$
$\cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$
$\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$
$\cos 60^\circ = 1/2$
$\sin 30^\circ = 1/2$
$\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$

Svar: C

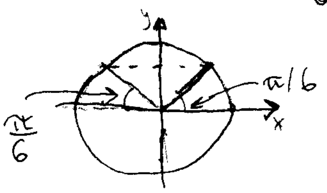
[13] Alla lösningar till ekvationen

$\sin 2x = \frac{1}{2}$ där n genomlöper heltalen

Högerledet kan skrivas om som $\sin \frac{\pi}{6}$

$\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$

$2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ och $2x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi n$



$x = \frac{\pi}{12} + \pi n$ och $x = \frac{5}{12} + \pi n$

Svar: B

[14] $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ Svar: C

[15] $f(x) = x - \frac{1}{x} + 1$

$f(\frac{1}{a}) - 1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{1/a} + 1 - 1 = \frac{1}{a} + a = \frac{1+a^2}{a}$

Svar: C

[16] A: Test: sätt $x=2$ då fås $\frac{1}{4} \not> 1+1$ falskt

B: Bryt ut x^2, då fås $\frac{x^2(1 + 2/x + 1/x^2)}{x^2(2 - 1/x^2)} = \frac{1 + 2/x + 1/x^2}{2 - 1/x}$

uttrycket går mot 1/2 för all $x > 1$ och 1/2 är inte större än 1 dvs B är falskt

C: Vänsterledet $\frac{1}{x} + \sin^2 x \approx \sin^2 x$ för stora x ty $\frac{1}{x} \to 0$

$\sin^2 x$ har en amplitud på 1 och ligger mellan $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ vilket aldrig blir > 2 C är falskt

D: $\ln x = \frac{2(x-1)}{x+1} \Rightarrow x = e^{\frac{2(x-1)}{x+1}} > 1$ för alla $x > 1$ Sant!

Svar: D

060317 Proppen Test 1

[11] vid $x=0$ fås $y = a e^0 = a$ ur figuren fås att $a \approx 1,6$

Kvar har vi alternativ B, D och E

$y = ae^{kx} \Rightarrow \frac{y}{a} = e^{kx} \Rightarrow \ln\left(\frac{y}{a}\right) = kx \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{y}{a}\right)}{x}$

Ur figuren fås att $y \approx 3$ då $x = 1$ vilket ger

$k = \frac{\ln(3/1,6)}{1} \approx \ln 2$

Svar: D

[12] A: om $x=0$ så fås $y = \frac{0^2+1}{(0-1)(0-2)} = \frac{1}{(-1)(-2)} = \frac{1}{2} > 0$

enligt figuren ska $y<0$ då $x=0$ dvs A förkastas

B: $y = \frac{1}{(1-x)(x-2)} = \frac{-1}{(x-1)(x-2)}$

Om x närmar sig 1 från vänster fås $y = \frac{-1}{\underbrace{(0.99999\ldots-1)}_{(-)}\underbrace{(0.9999\ldots-2)}_{(-)}} < 0$ ok

Om x närmar sig 1 från höger, dvs då $x = 1,0000\ldots1$ så ska y bli positivt enligt figuren. Vi kollar om detta stämmer

$y = \frac{-1}{\underbrace{(1,0000\ldots1-1)}_{(+)}\underbrace{(1,0000\ldots1-2)}_{(-)}} > 0$ ok med figuren

Om x närmar sig 2 från vänster, dvs $x = 1,999..$ fås

$y = \frac{-1}{\underbrace{(1,999..-1)}_{(+)}\underbrace{(1,99..-2)}_{(-)}} > 0$ stämmer ej med figuren. B förkastas.

C: $y = \frac{1}{(1-x)(2-x)}$ om $x=0$ så borde y vara mindre än noll enligt figuren. Vi testar.

$y(0) = \frac{1}{(1-0)(2-0)} = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2} \not< 0$ dvs y är ej mindre än noll C förkastas

D: $y = \frac{x^2+1}{(2-x)(x-1)}$ När x närmar sig 2 från höger så ska $y>0$. Vi testar

$y = \frac{(2,000..1)^2+1}{\underbrace{(2-2,000..1)}_{\substack{<0\\(-)}}\underbrace{(2,000..1-1)}_{\substack{>0\\(+)}}} \Rightarrow \frac{\text{Täljare positiv}}{\text{Nämnare negativ}} \Rightarrow y<0$ vilket inte stämmer med figuren. D förkastas

Svar: E